

Практическая работа №11

Тема: «Вычисление двойных интегралов в прямоугольной и полярной системе координат»

Цель: Научиться изменять порядок интегрирования в двойных интегралах, вычислять их через повторные в прямоугольной и полярной системе координат.

Задания.

1.1. Расставить пределы интегрирования в повторных интегралах, к которым сводится $\iint_D f(x, y) dx dy$, если область D ограничена линиями:

а) $y = 3, x = 5, y = 2x + 1$; б) $y = 4 - x^2, y = 0$;

в) $y = x^2 + 1, x - y + 3 = 0$; г) $x^2 + y^2 = 4, y = 2x - x^2, x = 0 (x \geq 0, y \geq 0)$;

д) D – треугольник ABC , где $A(1;1), B(4;1), C(4;4)$.

1.2. Переменить порядок интегрирования:

а) $\int_0^1 dx \int_x^{\sqrt{x}} f(x, y) dy$;

б) $\int_{-2}^2 dx \int_0^{4-x^2} f(x, y) dy$;

в) $\int_0^2 dx \int_{2-x}^{\sqrt{4-x^2}} f(x, y) dy$;

г) $\int_0^2 dx \int_x^{2x} f(x, y) dy$.

1.3. Вычислить двойные интегралы, считая, что область D ограничена указанными линиями:

а) $\iint_D x dx dy$; $y = \frac{x+1}{3}, y = \frac{17-x}{3}, x = 1, x = 3$;

б) $\iint_D x^3 dx dy$; $y = x + 2, y = x^2$;

в) $\iint_D (xy^2 + 1) dx dy$; $2y^2 = x, y = \frac{x}{2}$;

г) $\iint_D e^{x+y} dx dy$; $x + y = 6, x = 2, y = 1$.

Вычислить, переходя к полярным координатам:

2.1. $\iint_D (x^2 + y^2 + 3) dx dy$, где D – верхняя половина круга $x^2 + y^2 \leq 16$.

2.2. $\iint_D \frac{\cos \sqrt{x^2 + y^2}}{\sqrt{x^2 + y^2}} dx dy$, где область D удовлетворяет неравенствам $\frac{\pi^2}{4} \leq x^2 + y^2 \leq 4\pi^2$.

2.3. $\iint_D \frac{dx dy}{\sqrt{25 - x^2 - y^2}}$, где область D ограничена линиями $x^2 + y^2 = 9, x^2 + y^2 = 16, y = x, y = \sqrt{3}x (x \geq 0, y \geq 0)$.

2.4. $\iint_D \frac{dx dy}{x}$, где D ограничена линиями $x^2 + y^2 = 6x, y = 0 (y \geq 0)$.

2.5. $\iint_D (x^2 + y^2) dx dy$, где область D ограничена кривыми $x^2 + y^2 = 2x, x^2 + y^2 = 4x, y = 0 (y \geq 0)$.